Reg. No. : ....

Code No. : 21262 Sub. Code : SMMA 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Second Semester

Mathematics — Main

ANALYTICAL GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. z அச்சின் திசைக் கொசைன்கள் ————.

(அ) (0,0,0) (ஆ) (0,1,0)

(இ) (1,0,0) (ஈ) (0,0,1)

2. The direction cosines of z axis are

(a) (0,0,0) (b) (0,1,0)

(c) (1,0,0) (d) (0,0,1)

2. l_1, m_1, n_1 மற்றும் l_2, m_2, n_2 ஆகியவை இரு தளங்களின் திசைக் கொசைன்கள் எனில்

(அ) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

(ஆ) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$

(இ) $\frac{l_1 m_1}{l_2 m_2} + \frac{m_1 n_2}{m_2 n_1} + \frac{n_1 l_2}{n_2 l_1} = 0$

(ஈ) ஏதுமில்லை

If l_1, m_1, n_1 and l_2, m_2, n_2 are direction cosines of two parallel planes then

(a) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

(b) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$

(c) $\frac{l_1 m_1}{l_2 m_2} + \frac{m_1 n_2}{m_2 n_1} + \frac{n_1 l_2}{n_2 l_1} = 0$

(d) none

$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n} = r$ என்ற சமன்பாடு ———— ஐ குறிக்கும்.

(அ) வட்டம் (ஆ) நேர்கோடு

(இ) நீள்வட்டம் (ஈ) அதிபரவளையம்

$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n} = r$ is the equation of the ————.

(a) Circle (b) Straight line

(c) Ellipse (d) Hyperbola

$\frac{3x - 4}{2} = \frac{y - 6}{4} = \frac{3z - 2}{5}$ என்ற கோட்டின் திசை தகவு ————.

(அ) $\left(\frac{2}{3}, 4, \frac{5}{3}\right)$ (ஆ) (2, 4, 5)

(இ) (4, 6, 2) (ஈ) (6, 4, 5)

The direction ratio of the line $\frac{3x - 4}{2} = \frac{y - 6}{4} = \frac{3z - 2}{5}$ is ————.

(a) $\left(\frac{2}{3}, 4, \frac{5}{3}\right)$ (b) (2, 4, 5)

(c) (4, 6, 2) (d) (6, 4, 5)

5. $x^2 + y^2 + +z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$ என்ற கோளத்தின் மையப்புள்ளி ————————.

(அ) (1, 2, 3) (ஆ) (−1, 2, −3)

(இ) (3, 2, 1) (ஈ) (−1, −2, −3)

The centre of the sphere $x^2 + y^2 + +z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$

(a) (1, 2, 3) (b) (−1, 2, −3)

(c) (3, 2, 1) (d) (−1, −2, −3)

6. கோளத்தின் சமன்பாட்டில் xy −ன் கெழு ————————

(அ) 2 (ஆ) 0

(இ) 1 (ஈ) −2

In the equation of sphere the coefficient of xy ————————.

(a) 2 (b) 0

(c) 1 (d) −2

7. ஒவ்வொரு கோடும் கூம்பினை ———————— புள்ளிகளில் சந்திக்கும்.

(அ) 2 (ஆ) 3

(இ) 4 (ஈ) 1

Every line meets the cone in ———————— points.

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 1

இருபடி உருளையின் படியானது ————————.

(அ) 1 (ஆ) 3

(இ) 2 (ஈ) 4

The degree of the quadric cylinder is

(a) 1 (b) 3

(c) 2 (d) 4

கூம்புருவியின் இணை தளங்களின் பகுதியின் மைய இடமானது ————————.

(அ) ஆரம் (ஆ) விட்டம்

(இ) புள்ளி (ஈ) ஏதுமில்லை

The locus of the centre of the parallel plane section of the conicoid is a

(a) Radius (b) Diameter

(c) Vertex (d) None

$3x^2 + y^2 + z^2 = 21$ என்ற கூம்புருவியினை தளம் $2x + y = 7$ தளம் தொட்டுச் செய்கிறது எனில் வெட்டும் புள்ளியானது ————————.

(அ) (1, 2, 3) (ஆ) (2, 3, 0)

(இ) (−2, −3, 0) (ஈ) (2, 3, 1)

If the plane $2x + y = 7$ toches the con[e] $3x^2 + y^2 + z^2 = 21$ the point of intersection is

(a) (1, 2, 3) (b) (2, 3, 0)

(c) (–2, – 3, 0) (d) (2, 3, 1)

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) (10, 7, 0), (6, 6, – 1) மற்றும் (6, 9, – 4) [என்ற] புள்ளிகள் இருபக்க சம நேர் கோண முக்கோ[ணம்] அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that the points (10, 7, 0), (6, 6, – 1) [and] (6, 9, – 4) form an isosceles right –an[gled] triangle.

Or

(ஆ) (l_1, m_1, n_1) மற்றும் (l_2, m_2, n_2) என்ற [திசைக்] கொசைன்களை உடைய இரு கோ[டுகளுக்கு] இடைப்பட்ட கோணத்தை இருசமக் [கூறிடும்] கோட்டின் திசைக் கொசைன்களை காண்க.

Find the direction cosines of the bi[sector of] the angle between the lines whose di[rection] cosines are (l_1, m_1, n_1) and (l_2, m_2, n_2).

12. (அ) (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) மற்றும் (x_3, y_3, z_3) என்ற புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினை தருவி.

Derive the equation of the plane passing through the points (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) and (x_3, y_3, z_3).

Or

(ஆ) $2x - y + 4z = 7$ மற்றும் $x + 2y - 3z + 8 = 0$ என்ற தளங்களை வெட்டும், (1, – 2, 3) என்ற புள்ளி வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினை காண்க.

Find the equation of the plane through the pt (1, – 2, 3) and the intersection of the planes $2x - y + 4z = 7$ and $x + 2y - 3z + 8 = 0$.

13. (அ) $2x - 3y + 2z + 3 = 0$ என்ற தளத்தில் உள்ள புள்ளி (1, – 2, 3) –ன் ஒப்புமை புள்ளியை காண்க.

Find the image of the point (1, – 2, 3) in the plane $2x - 3y + 2z + 3 = 0$.

Or

(ஆ) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}$, $\frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுகிய தூரத்தை காண்க.

Find the short distance between the lines $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}$, $\frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$.

14. (அ) மாறா ஆரம் k –ஐ கொண்ட கோளம் மையப்பு… வழியாக செல்லும் மற்றும் அச்சுக் கோடு… A, B, C – ல் சந்திக்கும் எனில் முக்கோணம் A… $9(x^2+y^2+z^2)=4k^2$ என்ற கோளத்தின் … பகுதியில் அமையும் என நிறுவுக.

A sphere of constant radius to pa… through the origin and meets the axe… A, B, C. Prove that the centroid of… triangle ABC lies on the sp… $9(x^2+y^2+z^2)=4k^2$.

Or

(ஆ) $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-3=0$ கோளத்தை $2x-y-2z=16$ என்ற தளம் தொ… செல்லும் எனக் காட்டு மற்றும் தொடும் புள்ளி… காண்க.

Show that the plane $2x-y-2z=16$ to… the sphere $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z$ … and find the point of contact.

15. (அ) புள்ளி O, அச்சுகோடு OZ மற்றும் அரை… கோணம் α –ஐ உடைய நேர் வட்ட … சமன்பாடு $x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$ எனக் காட்டு…

Show that the equation of a right ci… cone whose vertex is O, axis OZ and… vertical angle α is $x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$.

Or

(ஆ) $\frac{x}{32}=\frac{y}{72}=\frac{z}{72}$ என்ற கோட்டினை உள்ளடக்கிய $9x^2-4y^2+16z^2=0$ என்ற கூம்பின் தொடுகோடு தளத்தின் சமன்பாட்டினை காண்க.

Find the equation of the tangent planes to the cone $9x^2-4y^2+16z^2=0$ with contain the line $\frac{x}{32}=\frac{y}{72}=\frac{z}{72}$.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) நான்முக முக்கோணத்தில் எதிரெதிர் கோடுகளின் மையப்புள்ளியில் இணையும் மூன்று கோடுகள் அதே புள்ளி வழியாக செல்லும் என காட்டுக. மேலும், அப்புள்ளியில் அக்கோடுகள் இரு சமக் கூறிடும் எனக் காட்டுக.

Show that the three lines which join the mid points of the opposite edges of a tetrahedron pass through the same point and are bisected at that point.

Or

(ஆ) ஒரு கனசதுரத்தின் நான்கு மூலைவிட்டங்களி ஒரு கோடு $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ எ கோணத்தை உருவாக்குகிறது என $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\cos^2\delta=4/3$.

A line make angle $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ with the diagonals of a cube then prove $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\cos^2\delta=4/3$.

17. (அ) (i) $(0,-1,-1)$, $(-4,4,4)$, $(4,5,1)$ ம $(3,9,4)$

(ii) $(0,2,-4)$, $(-1,1,-2)$, $(-2,3,3)$ $(-3,-2,1)$

(iii) $(0,-1,0)$, $(2,1,-1)$, $(1,1,1)$ $(3,3,0)$.

புள்ளிகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் காட்டுக மேலும் இப்புள்ளிகள் அமைந் தளத்தின் சமன்பாட்டினை காண்க.

Show that the following points are copl and find the equation of the plane on w they lie

(i) $(0,-1,-1)$, $(-4,4,4)$, $(4,5,1)$ $(3,9,4)$

(ii) $(0,2,-4)$, $(-1,1,-2)$, $(-2,3,3)$ $(-3,-2,1)$

(iii) $(0,-1,0)$, $(2,1,-1)$, $(1,1,1)$ $(3,3,0)$.

Or

(ஆ) $ax+by+cz+d=0$ என்ற தளத்தின் பிரதிபலிப்பு $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ என்ற தளத்தில் $2(aa_1+bb_1+cc_1)\ (a_1x+b_1y+c_1z+d_1)=(a_1^2+b_1^2+c_1^2)\ (ax+by+cz+d)$ என்ற தளமாக இருக்கும் என நிறுவுக.

Prove that the reflection of the plane $ax+by+cz+d=0$ in the plane $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ is the plane. $2(aa_1+bb_1+cc_1)\ (a_1x+b_1y+c_1z+d_1)=(a_1^2+b_1^2+c_1^2)\ (ax+by+cz+d)$.

18. (அ) $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ என்ற கோடு $ax^2+by^2+cz^2=1$ என்ற புறப்பரப்பில் உள்ள இரு ஒன்றிய புள்ளிகளை சந்திப்பதற்கான நிபந்தனையை காண்க.

Find the condition for the straight line $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ to meet the surface $ax^2+by^2+cz^2=1$ in two coincident points.

Or

(ஆ) $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+10}{8} = \frac{z-1}{2}$; $\frac{x+3}{-4} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{}$

என்ற கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் நிறுவுக. மேலும் அவை வெட்டும் புள்ளியை அவை செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினை காண்க.

Prove that the line $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+10}{8} = \frac{z}{}$ $\frac{x+3}{-4} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-4}{1}$ are coplanar. Find their point of intersection and the equ of the plane through them.

19. (அ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$, $x + 2y + 3$ என்ற வட்டத்தின் வழியாகவும், $4x + 3y$ என்ற தளத்தை தொடும் கோளத் சமன்பாட்டினையும் காண்க.

Find the equation of the sphere which pa through the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y$ $x + 2y + 3z = 8$ and touches the pl $4x + 3y = 25$.

Or

(ஆ) $l^2 + m^2 + n^2 = 1$-ஐ கொண்ட கோடு $\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$, $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ என்ற கோளத்தை தொடுவதற்கான நிபந்தனையை காண்க. மேலும், $(0,0,0)$, $(2a,0,0)$, $(0,2b,0)$ என்ற புள்ளிகள் வழி செல்லும் இரு கோளங்கள் மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டினை தொட்டுச் செல்லும் மற்றும் அவற்றின் மையத்திற்கு இடைப்பட்ட தூரம் $\frac{2}{n^2}\left[c^2 - (a^2 + b^2 + c^2)n^2\right]^{1/2}$ எனக் காட்டுக.

Find the condition that the line $\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$ where $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ should touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ show that there are two sphere through the point $(0,0,0)$, $(2a,0,0)$, $(0,2b,0)$ which touch the above line and that the distance between their centres is $\frac{2}{n^2}\left[c^2 - (a^2 + b^2 + c^2)n^2\right]^{1/2}$.

20. (அ) $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ எ
சமன்பாடு நேர்வட்ட கூம்பினை குறிப்பதற்
நிபந்தனையை காண்க. மேலும் அச்சுக் கோட்
சமன்பாட்டினையும், உச்சக் கோணத்தையும் கான

Find the condition for equat
$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$
represent a right circular cone. Obtain
equation of the axis and the vertical angl
the cone.

Or

(ஆ) $(a,0,0)$ $(0,a,0)$, $(0,0,a)$ என்ற புள்
வழியாக செல்லும் வட்டத்தை உதவி வளைகோ
கொண்ட நேர்வட்ட உருளையின் சமன்பா
காண்க.

Find the equation of the right cir
cylinder described on the circle throu
points $(a,0,0)$ $(0,a,0)$, $(0,0,a)$ as a gu
curve.